SỞ GD & ĐT HÀ NỘI
TRƯỜNG THPT SƠN TÂY

MÔN: TOÁN

ĐÁP ÁN HỆ THỐNG CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP HỖ TRỢ HỌC SINH LỚP 12 HỌC TẬP TRỰC TUYẾN TRONG THỜI GIAN NGHỈ PHÒNG DỊCH COVID-19

PHẦN 1: GIẢI TÍCH

I. Bài : Tích phân – Tiết 1

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.A	3.B	4.D	5.B	6.B	7.C	8.C	9.B	10.C
11.D	12.C	13.D	14.A	15.A					

Câu 15:

Gọi (H) là diện tích phần giới hạn bởi parabol, trục hoành, và hai đường thẳng x = -2, x = 2;

(B) là diện tích hình chữ nhật giới hạn bởi đường thẳng y = 4, trục hoành và hai đường thẳng x = -2, x = 2;

Và (H’) thì là diện tích phần gạch chéo thì:

$$S_{H'} = S_B - S_H = 16 - \int_{-2}^{2} x^2 dx = 16 - \frac{1}{3}x^3 \Big|_{-2}^{2} = \frac{32}{3}.$$

II. Bài : Tích phân – Tiết 2.

BẢNG ĐÁP ÁN

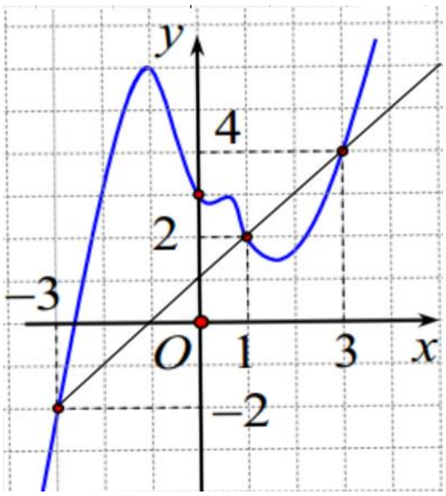
1.B	2.C	3.B	4.C	5.B	6.B	7.C	8.C	9.C	10.A
11.A	12.D	13.D	14.A	15.B					

Câu 15: Chọn B

Ta có $g(x) = 2f(x) - (x+1)^2$

$\Rightarrow g'(x) = 2f'(x) - (2x+2) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = x+1$. Quan sát trên đồ thị ta có hoành độ giao điểm của $f'(x)$ và $y = x+1$ trên khoảng $(-3;3)$ là $x = 1$.

Vậy ta so sánh các giá trị $g(-3)$, $g(1)$, $g(3)$.



Xét $\int_{-3}^{1} g'(x)dx = 2\int_{-3}^{1}\left[f'(x)-(x+1)\right]dx > 0$.

$\Leftrightarrow g(1)-g(-3)>0 \Leftrightarrow g(1)>g(-3)$.

Tương tự xét $\int_{1}^{3} g'(x)dx = 2\int_{1}^{3}\left[f'(x)-(x+1)\right]dx < 0 \Leftrightarrow g(3)-g(1)<0 \Leftrightarrow g(3)<g(1)$.

Vậy $\max\limits_{[-3;3]} g(x) = g(1)$.

III. Bài : Tích phân – Tiết 3.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.D	3.C	4.B	5.C	6.B	7.A	8.B	9.B	10.B
11.C	12.C	13.D	14.D	15.B					

Câu 15: Chọn B

Cách 1. Đặt $t = a - x \Rightarrow dt = -dx$

Đổi cận $x = 0 \Rightarrow t = a; x = a \Rightarrow t = 0.$

Lúc đó $I = \int_{0}^{a}\frac{dx}{1+f(x)} = \int_{a}^{0}\frac{-dt}{1+f(a-t)} = \int_{0}^{a}\frac{dx}{1+f(a-x)} = \int_{0}^{a}\frac{dx}{1+\frac{1}{f(x)}} = \int_{0}^{a}\frac{f(x)dx}{1+f(x)}$

Suy ra $2I = I + I = \int_{0}^{a}\frac{dx}{1+f(x)} + \int_{0}^{a}\frac{f(x)dx}{1+f(x)} = \int_{0}^{a}1dx = a$

Do đó $I = \frac{1}{2}a \Rightarrow b = 1; c = 2 \Rightarrow b + c = 3.$

Cách 2. Chọn $f(x) = 1$ là một hàm thỏa các giả thiết.

Dễ dàng tính được $I = \frac{1}{2}a \Rightarrow b = 1; c = 2 \Rightarrow b + c = 3.$

IV. Bài : Tích phân – Tiết 4.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.C	3.D	4.D	5.C	6.A	7.C	8.C	9.B	10.A
11.D	12.B	13.B	14.C	15.D					

Câu 15: Chọn D.

Đặt $t = \sqrt{x} \Rightarrow t^2 = x \Rightarrow 2tdt = dx$.

$\Rightarrow \int_{0}^{1} f\left(\sqrt{x}\right)dx = \int_{0}^{1} 2t.f(t)dt = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{1}{5} = \int_{0}^{1} t.f(t)dt = \int_{0}^{1} f(t)d\left(\frac{t^2}{2}\right) = \frac{t^2}{2}f(t)\Big|_{0}^{1} - \int_{0}^{1}\frac{t^2}{2}f'(t)dt$

$$=\frac{1}{2}-\int_0^1 \frac{t^2}{2} f'(t)\,\mathrm{d}t \Rightarrow \int_0^1 t^2 f'(t)\,\mathrm{d}t=\frac{3}{5} \text{ hay } \int_0^1 x^2 f'(x)\,\mathrm{d}x=\frac{3}{5}.$$

Kết hợp với $\int_0^1 \left[f'(x)\right]^2 \mathrm{d}x=\frac{9}{5};\int_0^1 x^4\mathrm{d}x=\frac{1}{5}$ ta suy ra

$$\int_0^1 \left[f'(x)\right]^2 \mathrm{d}x-6\int_0^1 x^2 f'(x)\,\mathrm{d}x+9\int_0^1 x^4\mathrm{d}x=0$$

$$\Leftrightarrow \int_0^1 \left[f'(x)-3x^2\right]^2 \mathrm{d}x=0$$

Mà $\left[f'(x)-3x^2\right]^2 \ge 0$ nên suy ra $f'(x)-3x^2=0 \Rightarrow f'(x)=3x^2 \Rightarrow f(x)=x^3+C$

Do $f(1)=1 \Rightarrow C=0 \Rightarrow f(x)=x^3 \Rightarrow I=\int_0^1 x^3\mathrm{d}x=\frac{1}{4}$.

V. Bài : Ứng dụng của tích phân trong hình học – Tiết 1,2.
Ứng dụng của tích phân tính diện tích hình phẳng.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.A	3.B	4.C	5.B	6.C	7.D	8.C	9.A	10.B
11.A	12.D	13.C	14.D	15.A					

Câu 15: Chọn A

Gọi $A(a;a^2),B(b;b^2)\in(P)$ sao cho $b>a$ là hai điểm trên Parabol và $AB=2$.

Khi đó phương trình đường thẳng AB là $\frac{x-a}{b-a}=\frac{y-a^2}{b^2-a^2}\Rightarrow y=(a+b)x-ab.$

Gọi S là diện tích hình phẳng cần tìm, ta có: $S=\int_a^b \left[(a+b)x-ab-x^2\right].dx=\frac{1}{6}(b-a)^3$.

Ta có:

$$AB=2\Rightarrow 2=\sqrt{(b-a)^2+(b^2-a^2)^2}=|b-a|\sqrt{1+(b+a)^2}\ge|b-a|\Rightarrow b-a\le 2$$

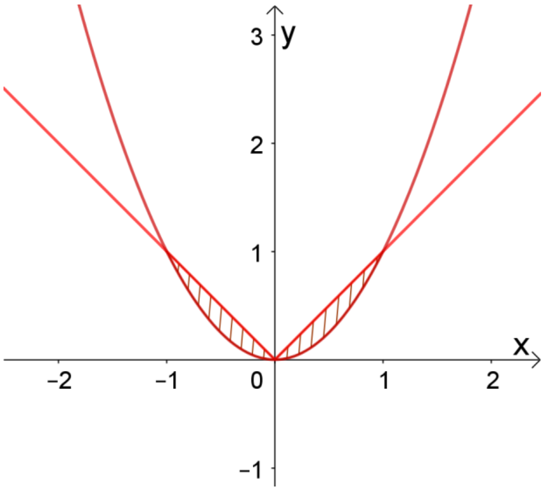
$$\Rightarrow S=\frac{1}{6}(b-a)^3\le\frac{2^3}{6}=\frac{4}{3}\Rightarrow \max S=\frac{4}{3}.$$

VI. Bài : Ứng dụng của tích phân trong hình học – Tiết 3,4.
Ứng dụng của tích phân tính thể tích vật thể .

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.A	3.A	4.B	5.B	6.D	7.B	8.A	9.B	10.B
11.A	12.A	13.C	14.D	15.A					

Câu 15: Chọn A



Phương trình hoành độ giao điểm $|x| = x^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \;\; \Rightarrow y = 0 \\ x = \pm 1 \Rightarrow y = 1 \end{array}\right.$.

Ta có đồ thị hai hàm số $y = |x|$ và $y = x^2$ đều đối xứng qua Oy nên hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y = |x|$ và $y = x^2$ quay quanh trục tung tạo nên một vật thể tròn xoay có thể tích bằng thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $x = y$ và $x = \sqrt{y}$ quay xung quanh trục Oy.

Thể tích vật thể tròn xoay cần tìm là:

$$V = \pi\int_0^1 \left|y - y^2\right| \mathrm{d}y = \pi\int_0^1 \left(y - y^2\right) \mathrm{d}y = \pi.\left(\frac{1}{2}y^2 - \frac{1}{3}y^3\right)\Big|_0^1 = \frac{\pi}{6}.$$

PHẦN 2: HÌNH HỌC

I. Bài: Phương trình mặt phẳng – Tiết 1.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.D	3.A	4.C	5.A	6.C	7.D	8.C	9.A	10.B
11.A	12.A	13.B	14.D	15.A					

Câu 15: **Chọn A**

Gọi $(a;0;0)$, $(0;b;0)$, $(0;0;c)$ lần lượt là tọa độ các điểm A, B, C ($a > 0$, $b > 0$, $c > 0$).

Thể tích khối tứ diện $OABC$ là: $V = \frac{1}{6}abc$.

Phương trình mặt phẳng $(P): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Điểm $M(1;8;1) \in (P) \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{8}{b} + \frac{1}{c} = 1 \Rightarrow 1 = \frac{1}{a} + \frac{8}{b} + \frac{1}{c} \geq 3\sqrt[3]{\frac{8}{abc}} \Rightarrow abc \geq 216$.

$\Rightarrow V \geq 36$. Dấu bằng xảy ra khi: $\begin{cases} \frac{1}{a} + \frac{8}{b} + \frac{1}{c} = 1 \\ \frac{1}{a} = \frac{8}{b} = \frac{1}{c} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = c = 3 \\ b = 24 \end{cases}$.

$\Rightarrow$ Phương trình mặt phẳng $(P): \frac{x}{3} + \frac{y}{24} + \frac{z}{3} = 1 \Leftrightarrow 8x + y + 8z - 24 = 0$.

II. Bài: Phương trình mặt phẳng – Tiết 2.
Vị trí tương đối của hai mặt phẳng.
BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.C	3.C	4.B	5.D	6.B	7.A	8.A	9.A	10.D
11.C	12.B	13.A	14.A	15.A					

Câu 15. Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;-3;-2)$, $\overrightarrow{AC}=(-2;-1;-1)$ nên $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(1;6;-8)$.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là: $x+6y-8z+10=0$.

Phương trình mặt phẳng qua B và vuông góc với AC là: $2x+y+z-2=0$.

Phương trình mặt phẳng qua C và vuông góc với AB là: $2x-3y-2z+6=0$.

Giao điểm của ba mặt phẳng trên là trực tâm H của tam giác ABC nên $H\left(-\frac{22}{101};\frac{70}{101};\frac{176}{101}\right)$.

Mặt phẳng (P) đi qua A, H nên $\overrightarrow{n_P}\perp\overrightarrow{AH}=\left(-\frac{22}{101};-\frac{31}{101};-\frac{26}{101}\right)=-\frac{1}{101}(22;31;26)$.

Mặt phẳng $(P)\perp(ABC)$ nên $\overrightarrow{n_P}\perp\vec{n}_{(ABC)}=(1;6;-8)$.

Vậy $\left[\vec{n}_{(ABC)};\vec{u}_{AH}\right]=(404;-202;-101)=101(4;-2;-1)$ là một vectơ pháp tuyến của (P).

Chọn $\vec{n}_P=(4;-2;-1)$ nên phương trình mặt phẳng (P) là

$4x-2(y-1)-(z-2)=0\Leftrightarrow 4x-2y-z+4=0.$

III. Bài: Phương trình mặt phẳng – Tiết 3.
Khoảng cách.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.A	3.B	4.C	5.A	6.D	7.B	8.A	9.A	10.A
11.A	12.C	13.C	14.B	15.C					

Câu 15. Ta có: (S) có tâm $I\left(-1;1;0\right)$ và bán kính $R=2$.

Do $r=\sqrt{4-\left(\mathrm{d}\left(I,P\right)\right)^2}$ nên $r_{\min}$ khi $\mathrm{d}\left(I,(P)\right)_{\max}$.

Từ giả thiết $(P):ax+by+cz+3=0$ đi qua A,B suy ra $P:\left(9-2b\right)x+by-3z+3=0$.

Ta có $\mathrm{d}\left(I,(P)\right)=\dfrac{3|b-2|}{\sqrt{5b^2-36b+90}}=3\sqrt{\dfrac{b^2-4b+4}{5b^2-36b+90}}$.

Xét hàm số $y=\dfrac{b^2-4b+4}{5b^2-36b+90}$.

Ta có $y'=\dfrac{-b^2+35b-54}{(5b^2-36b+90)}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}b=2\\ b=\dfrac{27}{4}\end{array}\right.$. Lập bảng biến thiên của y ta được $\max\limits_{\mathbb{R}} y=y\left(\dfrac{27}{4}\right)$.

Vậy $b=\dfrac{27}{4}$, $a=-\dfrac{9}{2}$, $c=-3$ thì r nhỏ nhất, do đó $T=-\dfrac{3}{4}$.

IV. Bài: Phương trình mặt phẳng – Tiết 4.
Góc.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.A	3.B	4.A	5.C	6.A	7.B	8.A	9.B	10.A
11.A	12.D	13.C	14.B	15.B					

.

Câu 15. Chọn B

+ Nhận xét: $0^0 \le ((P),(Q)) \le 90^0$, nên góc$\left((P),(Q)\right)$ nhỏ nhất khi $\cos\left((P),(Q)\right)$lớn nhất.

+ Giả sử (Q) có VTPT là $\vec{n}(a;b;c)$ $(a^2+b^2+c^2 \ne 0)$

$\Rightarrow$phương trình (Q): $a(x-1)+by+cz=0 \Leftrightarrow ax+by+cz-a=0$

$B \in (Q) \Rightarrow 2a+b-2c-a=0 \Leftrightarrow 2c=a+b$

+ $\cos\left((P),(Q)\right)=\dfrac{|a-2b-2c|}{3\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\dfrac{|b|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\dfrac{|b|}{\sqrt{5c^2-4bc+2b^2}}$

Nếu $b=0 \Rightarrow \cos\left((P),(Q)\right)=0 \Rightarrow \left((P),(Q)\right)=90^0$

Nếu $b \ne 0 \Rightarrow \cos\left((P),(Q)\right)=\dfrac{1}{\sqrt{5\left(\dfrac{c}{b}\right)^2-4\left(\dfrac{c}{b}\right)+2}}$.

$$=\frac{1}{\sqrt{5\left(\dfrac{c}{b}-\dfrac{2}{5}\right)^2+\dfrac{6}{5}}} \le \frac{1}{\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}}}=\frac{\sqrt{30}}{6}$$

+ Dấu bằng xảy ra khi $\dfrac{c}{b}=\dfrac{2}{5}$; $a=2c-b$

Chọn $c=-2 \Rightarrow b=-5$; $a=1$

nên phương trình $(Q): x-5y-2z-1=0$.